

№1.

Обозначим наше число буквой a .
Дадим ему характеристику

$a = ****$ (четырёхзначное число)

$a : 5 ; : 5 ; : 7 ; : 13$.

a имеет различные цифры (без повторов)

следовательно, $a : 1365 (3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13)$

теперь ищем подбора-
ние наибольшее значение " a ", подходя-
щее по условию.

$1365 \cdot 7 = 9555$ – наибольшее возможное число,
но не подходящее по условию.

$1365 \cdot 6 = 8190$ – наибольшее число, подходя-
щее по условию.

Проверим:

$8190 : 3$ (т.к. сумма цифр 18)

$8190 : 5$ (т.к. оканчивается на 0)

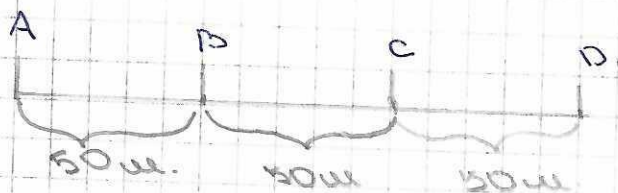
$8190 : 7$ (117 – результат деления)

$8190 : 13$ (630 – результат деления)

Таким образом, число подходит под вышеуказанную характеристику.

Ответ: 8190.

№2.



У нас есть 3 интервала:

1) от A до B

2) от B до C

3) от C до D.

Рассмотрим случаи размещения колодезя:

I случай (от A до B)

Разместим колодезь в точке A, колодезь считаем как x.
от A до x - 0 м; от x до B - 50 м; от x до C - 100 м;
от x до D - 150 м. Итого в сумме уйдёт 300 м.

II случай (от C до D)

Разместим в точке B, тогда от x до A - 50 м;
от x до B - 0 м; от x до C - 50 м; от x до D - 100 м. Сумма = 200 м.

Разместим в точке D, при подзёте заметим, что данный случай таков же как и I-ый, сумма = 300 м.

III случай (от B до C)

Разместим в любой месте колодезь.
Например в B. от B до x - 0 м; от C до x - 50 м; от A до x - 50 м; от B до D - 100 м.
Сумма = 200 м.

Ответ: 200 м. в точке размещения или C, в интервале между A и B, в любой точке на отрезке BC. В любом интервале (кроме самих точек), сумма выйдет не будет.

Мы знаем, что:

№5.

на 1-ом этаже Юквартир.

$a + b = 239$ (где a - номер кв. кати, а b - номер пизы)
№ этажа кати = b (кв. пизы);

Обозначим № этажа буквой c , тогда
 $b = c$. следует $a = 10c + d$ (d - какая либо цифра, на которую ок. номер квартиры)

Теперь мы можем записать уравнение:

т.к. $a + b = 239$, $a + 10c + d = 239$.

$$10c + c + d = 239$$

$$11c + d = 239 \quad | : 11$$

$$c = 21$$

$$d = 8 \text{ (остаток результата деления)}$$

Значит, кати живет на 21-ом этаже, а номер её квартиры оканчивается на 8.

$$a = 21 \cdot 10 + 8 = 218 \text{ (н)} - \text{кв. кати.}$$

Проверим:

$$b = 239 - 218 = 21 \text{ (кв)} - \text{кв. пизы.}$$

$$c = b$$

Ответ: у кати 218 квартира.

№4.

Задуманное число назовём буквой x .
тогда:

1) $x = abc$ (abc - цифры внутри числа, а не их произведение)

2) x - простое число

3) $c = a + b$

4) abc - разные цифры.

Рассмотрим всевозможные варианты c .

$c \neq$ чётному числу, т.к. оно не будет удовлетво-
рять условию 2). (простое число)

Значит, $c \in 2; 4; 6; 8$.

У нас остаются варианты, где $c = 1; 3; 5; 7; 9$

$c \neq 5$, т.к. если $c = 5$, то число не будет
являться простым (т.к. 5)

Если $c = 3$ или 9 , и т.к. $a + b = c$,
то $a + b = 3$ или 9 , тогда $a + b = c$.

то $(a + b + c) = 9$ или 3 , и число не будет
являться простым.

Также, по условию, $c \neq 1$, т.к. единствен-
ное значение $a + b$ - это $1 + 0$, и тогда
 $a = c$, что не подходит под наше условие.

Получается, единственное значение —
 $c = 7$.

Ответ: последняя цифра заданного
числа 7.

№ 3.

Нарисуем последовательность рассказов,
где n – нечётное кон. стр. заканчивает, а $n+1$ –
чётное:

$$n+1 + n+2 + n+3 + \dots + n+1$$

Как мы знаем, $n+1 + n = n+2 \Rightarrow n+2 + n+3 + n+4 = n+5$

$$n+1 + n+2 + n+3 + n+4 + n+5 + \dots + n+1$$

Значит, каждые 4 слагаемых наша закономерность повторяется \Rightarrow каждые 4 стр. есть 1 рассказ, стоящий на нечётной стр.

Поделим все кон. рассказов на 4 и прибавим 1 (т.к. начнётся новая цепочка из 4 стр., $n+1$), и мы получим такое кон. рассказов.

$$30 : 4 + 1 = 8 (р.) - \text{такое кон. на нечёт. стр.}$$

Ответ: В
8 рассказов.

Задание 1.

Всего 10 000 чисел от 1 до 10 000. Чётных и чётных поровну $\frac{10000:2}{10000:2} = 5000$ в каждой группе. Чётные числа начинаются с 1 и заканчиваются 9999. А чётные начинаются с 2 и заканчиваются 10 000. Теперь используем метод сложения первого и последнего числа и смотрим сколько всего таких пар.

В чётных:

$$\frac{(1 + 9999) \cdot 5000}{2}$$

всего чётных
в каждой паре 2 числа

В чётных:

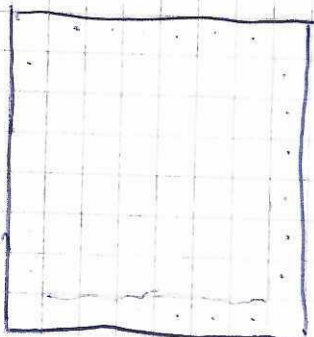
$$\frac{(2 + 10000) \cdot 5000}{2}$$

Мы можем заметить, что сумма каждой пары в чётных отличается на 2 в чётных $10002 - 10000 = 2$.
Значит мы можем записать их разницу $\frac{2 \cdot 5000}{2} = 5000 \Rightarrow$
Это и будет число на которое сумма чётных отличается от нечётных.

Ответ: чётные больше на 5000.

Задание 4.

① Всего клеток на шахматной доске 64 (8x8). Ходы 2 короле зависят



от 1. ② Если 1 король стоит в углу всех клеток, то

у 2 короле выбор ходов будет $64 - 4 = 60$.

③ Если 1 король стоит $\frac{\text{просто у края доски}}{\text{на краю}}$, то у 2



короле вариантов отхода будет $64 - 6 = 58$.

⑤ Всего угловых клеток 4 \Rightarrow вариантов расстановки 2 короля будет $4 \cdot 60 = 240$.
④ Если 1 король стоит в середине доски, то у 2 вариантов хода будет $64 - 9 = 55$.
 \nearrow 2 король может встать в 9 клеток



Задача 3.

Всего 7 грибочков собрали 100 грибов.

Предположим, что никакие 3 грибочка не собрали не меньше 50 грибов.

Чтобы сумма была 100, нужно чтобы каждое слагаемое было пример^{но} $100 : 7 \approx 14$. Но по условию каждое число собранных грибов различно.

То есть если какое-то число меньше других на x , то этот x прибавляем к другому числу, чтобы сумма оставалась 100.

$14 + 15 + 13 + 16 + 12 + 11 + 17 = 98 \Rightarrow$ нам нужно добавить ещё 2 к какому-нибудь числу, чтобы оно ³⁵ ещё и не повторилось, это число 17 $\Rightarrow 19 + 16 + 15 = 50$.

$15 + 14 + 16 + 13 + 17 + 18 + 12 = 105$, надо вычесть 5 у какого-то числа, чтобы оно не стало не повторилось от 15 $\Rightarrow 17 + 18 + 16 = 51$. Также будет и со всеми другими числами если будут меньше 14, то прибавлять x , чтобы было 100 или если больше 14, отнимать, чтобы у нас получалось всё равно сумма каких-то ^{трёх} ≤ 50 . А если будет браз сильно меньше числа, тогда какое-то одно будет очень большим чтобы дотянуть до суммы 100, если сильно большие, то всё снова получится. Следовательно среди 7 грибочков только есть 3 которые собрали не менее 50.

Задача 4 (продолжение)

⑥ Клеток без угловых, по краям доски $24 \Rightarrow$ вариантов расстановки $24 \cdot 55 = 1320$

⑦ Клеток без краевых $36 \Rightarrow$ вариантов расстановки $36 \cdot 55 = 1980$

Теперь все варианты складываем $1320 + 1980 + 240 = 3540$.

Ответ: 3540.

↑ потому что эти варианты не зависят друг от друга

Задача 5.

Рассмотрим варианты расстановки последнего тома. Если мы его поставим на своё место, то остальные 7 томов можно поставить на первые 7 мест, $S_7 - 1$ способом. Если же мы поставим 8 том на 7 место, то 8 место мы обязаны занять 7 томом, при этом количество расстановок остальных 6 томов на первые 6 мест равно $S_6 - 2$. Таким образом, $S_8 = S_7 - 1 + S_7 - 2$. $S_1 = 1$, $S_2 = 2$ (два тома можно либо поставить правильно, либо поменять местами.) Далее $S_3 = S_2 + S_1 = 2 + 1 = 3$; $S_4 = 3 + 2 = 5$; $S_5 = 5 + 3 = 8$; $S_6 = 8 + 5 = 13$; $S_7 = 13 + 8 = 21$; $S_8 = 21 + 13 = 34$.

~~Следовательно, количество расстановок 8 томов равно 34.~~

Ответ: 34 (учитывался и тот случай когда все тома стоят на своих местах.)

Задача 2.

① Самое короткое расстояние, когда прямые пересекаются под прямым углом.

об

② Можно провести любую прямую, потому что есть проводить по биссектрисе как фиксированное расстояние и потом к примеру приближать биссектрису к B или C на x , то и соответственно к одной вершине B прямая станет ближе к x , а к другой дальше на $x \Rightarrow -x + x = 0$ т.е. мы можем провести любую прямую из A и расстояние от B и C до прямой в сумме будут всегда d равны.

Задача 1:

Наибольший результат будет равняться 1000, так как чтобы при делении четырехзначного числа получилось четырехзначное число, необходимо делить на какую-либо одну цифру, которая должна быть такой же как первая цифра четырехзначного числа которое мы делим. Такое возможно при:

$$\begin{array}{r} 1000 \overline{) 1000} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \overline{) 2000} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3000 \overline{) 3000} \\ \hline \end{array} \text{ и т.д.}$$

до $\begin{array}{r} 9000 \overline{) 9000} \\ \hline \end{array}$. Но другие во главе 1000 результата получиться не может так будут получаться все время трехзначные числа. То есть: $\begin{array}{r} 1500 \overline{) 1000} \\ \hline \end{array}$ - трехзначное;

$\begin{array}{r} 9999 \overline{) 1000} \\ \hline \end{array}$ - тоже трехзначное.


Ответ: 1000

Задача 2: $20 \cdot 15 = 500$ – квадратов 1×1
в прямоугольнике 20×15 , 110 квадратов 3×3 в него, и они ~~занимают~~ ^{остаются свободными}
 $500 - 110 = 380$ клеток.

~~Чтобы круг диаметром 1 поместился в прямоугольник и не пересекал ни один из квадратов, нужно, чтобы остался свободен квадрат 3×3 , то есть 5 клеток.~~

~~А так как у нас свободно 380 клеток, мы можем поместить круг с диаметром 1 в этот прямоугольник так, чтобы он не пересекал ни один квадрат, так как $380 > 1$.~~

Чтобы круг диаметром 1 поместился в прямоугольник и не касался и не пересекал ни одного квадрата, нужно чтобы было свободно 5 клеток.

по такой схеме:  и в подобном случае среди 380 свободных клеток найдется такая "островка" из 5 клеток.

можно поместить туда круг. Можно также попытаться поместить, ставя ^{квадраты} ~~квадраты~~ в шахматном порядке, но их слишком мало, чтобы закрыть весь прямоугольник. $380 > 5$, поэтому круг поместить можно.

Задача 3.

План ^{как} ~~составлен~~ 2000, проводов ~~с~~
дет 1999, т.к. все контакты ~~с~~
Количество проводов нечет, так как:

1-2, 1-3, ..., 1-2000 - 1999 соединений
2-3, 2-4, ..., 2-2000 - 1998 соединений
и т.д.

1999 - 2000 - 1 соединение.

$$(1999+1) + 1999+1 = 2000$$

$$1998+2 = 2000$$

$$2000 - 1998$$

Количество проводов после каж-
дого круга уменьшается либо на
2, либо на 4. И спустя много ходов
в любом случае останется либо
1, либо 3 провода. В первой ситуации
Вася обрезает 2 провода и пропры-
вывает, а во 2 ситуации Вася режет
один провод, и потом тоже один про-
вод, т.к. проводов 2 и он может
разрезать только один провод и оста-
ется последний провод обрезаю не-
оторый, Вася пропрывывает.

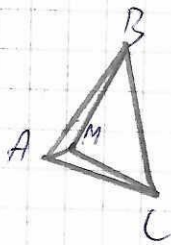
Ответ: Вася.

Задача 4.

Площадь остроугольного треугольника будет больше суммы площадей двух других, в случае, если точка M находится дальше от вершины A, B, C , чем от двух других вершин вместе взятых. То есть $AM > BM + CM$, или $BM > AM + CM$, или же $CM > AM + BM$.

двух вершин, чем от двух остальных.

То есть если $AM + BM > (BM + CM) + (AM + CM)$, то $S_{\triangle ABM} > S_{\triangle BCM} + S_{\triangle CAM}$, что также в треугольнике попросту невозможно.



$$AM = 1 \text{ см}; BM = 6 \text{ см}; CM = 6 \text{ см}$$

$$7 + 6 > 1 + 6 + 7 + 6$$

$$13 > 19 - \text{невозможно}$$

не имеет решения
не существует.

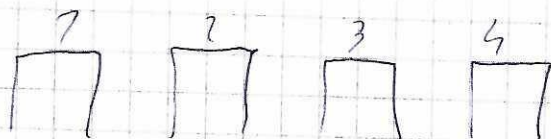
Ответ: 0/0

об

Задача 3:

Все стаканы будут стоять рядом
Если N кратно 4. Возьмём что N кратно 4.

4.



- перевернём 1 и 3
стакан



- перевернём 2 и 4
стакан.



- всё получилось

Я взял 4, потому что именно 4 стака-
на просят через так называ-
емый „крус“. Если взять условно 6
стаканов, то один крус с поворо-
тами закончится, а второй оста-
не начнётся, потому что 5 и 6
стакан будут стоять рядом.

Поэтому N может равняться: 4, 8, 12,

16 и т.д.

Ответ N кратно 4.

$$a_{1012} = 0$$

$$\begin{cases} 1 \leq n \leq 2024 \\ 1 \leq k \leq 2024 \end{cases}$$

1) при $a_{1012} = a_n$

$$a_{1012} - ak \geq 1012^3 - k^3$$

$$-ak \geq 1012^3 - k^3$$

$$k^3 - ak \geq 1012^3$$

$$\begin{cases} k^3 - ak \geq 1012^3 \\ n^3 - an \leq 1012^3 \end{cases}$$

$$n^3 - an \leq k^3 - ak$$

$$n^3 - an \leq k^3 - ak$$

$$n \leq k$$

Пусть, $a_n = a_{1012}$, $ak = a_{2024} = x$

$$0 - x \geq 1012^3 - 2024^3$$

$$x \leq 2024^3 - 1012^3$$

$$x \leq 7255036096$$

Ответ: $x \leq 7255036096$

75

$$L = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ т.к. в силу (1)}$$



, только этот срезок наибольший. Во всех остальных случаях он будет равен или больше.

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 25

$\sqrt{3}$

$V_{\text{сундук}} = 200 \text{ кг (заиста)} - \text{максимум}$

$V_{\text{сундук}} = 40 \text{ кг (ашазов)} - \text{максимум}$

$$m_{\text{max}} = 100 \text{ кг}$$

Из условия следует, что надо найти какую максимальную сумму (n) может получить Илья, при полностью загрузив сундуке весом 100 кг.

1) Пусть он возьмет по половине заиста и ашазов:

$$m_{\text{max}} = \frac{1}{2} m_z + \frac{1}{2} m_a$$

$$100 = \frac{1}{2} \cdot 40 + \frac{1}{2} \cdot 200$$

$100 \neq 120$ - ответ не верный.

2) Пусть он возьмет 25 кг ашазов и оставшее заиста:

$$m_{\text{max}} = \frac{3}{8} \cdot m_z + \frac{5}{8} \cdot m_a$$

$$100 = 75 + 25$$

$100 = 100$ - ответ верный.

$$n = n_z + n_a$$

$$n_z = 75 \cdot 20 = 1500 \text{ руб}$$

$$n_a = 25 \cdot 60 = 1500 \text{ руб}$$

$$n = 1500 + 1500$$

$$n = 3000 \text{ рублей.}$$

Ответ: 3000 рублей. 75

		$\sqrt{4}$	
Болезной		Здоровый	
Правильно	95%	Правильно	98%
Неправильно	5%	Неправильно	2%

$$\frac{95}{100} + \frac{2}{100} = \frac{95+2}{200} \Rightarrow 48,5\% - \text{тест положительный}$$

$$\frac{20 + 48,5}{200} \Rightarrow \frac{68,5}{2} = 34,25\%$$

Ответ: 34,25% — 05.

$\sqrt{5}$

Шпираль не придется мотать, если кулка будет делиться на 2 без остатка. Поэтому, чтобы запомнить наименьший шпираль, нужно разбивать кулки на числа равные 2^n .

Разбиение кулек:

$$1) 2024 - 1024 = 1000$$

$$2) 1000 - 512 = 488$$

$$3) 488 - 256 = 232$$

$$4) 232 - 128 = 104$$

$$5) 104 - 64 = 40$$

$$6) 40 - 32 = 8$$

По итогу у нас получилось кустики: 1024; 512; 256; 128; 64; 32; 8. И каждую из них мы можем разделить до кустов по 1 кашечку не платя штрафа.

$$6 \cdot 10 = 60 \text{ рублей}$$

Ответ: 60 рублей.

75

№4

~~Возьмем вариант с максимальным количеством кудиков, но не ^{возьмем} минимальным значением $(\min + 1)$.~~

~~Получим 2022 кудика со значением ① и 1 кудик со значением ②; он нужен для того, чтобы выполнялись условия \Rightarrow
① 1) Кудиков должно~~

Возьмем вариант с минимальным количеством кудиков и максимальным значением.

$2024 : 6 =$ простое число, поэтому отнимаем 2, чтобы получить число, кратное 6, и добавляем 1 кудик в сумму.

Мы берем ^{сумму} ~~числа~~, кратную 6, чтобы получить максимально возможное значение.

$2022 : 6 = 337$ кудиков со значением ⑥ + добавляем наш ранее определенный кудик, со значением 2. Итого получаем 338 кудиков и максимальную сумму 2024. Также выполняем нужные условия: 1) максимальная сумма 2) минимальное количество кудиков. 3) ~~и т.д.~~

Теперь чтобы получить минимальную сумму смоделируем ситуацию с $p > 0$, когда на всех кудиках выпадет значение ①, минимальное на ^{кудике} следовательно, минимальная сумма будет:

$$338 \cdot 1 = \textcircled{338}$$

N5

X - всего

Математика - 100 чел

Физика - 50 чел

Информатика - 48 чел

Решение:

Пусть x - кол-во детей, кто ответил "не менее чем в одной". Тогда составим уравнение

$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 198 \leftarrow (100 + 50 + 48) \text{ чел}$$

$$x + \frac{3}{6}x + \frac{2}{6}x \Rightarrow \frac{11}{6}x = 198$$

$$x = \frac{198}{\frac{11}{6}} \Rightarrow x = 198 \cdot \frac{6}{11} = \frac{1188}{11} = 108$$

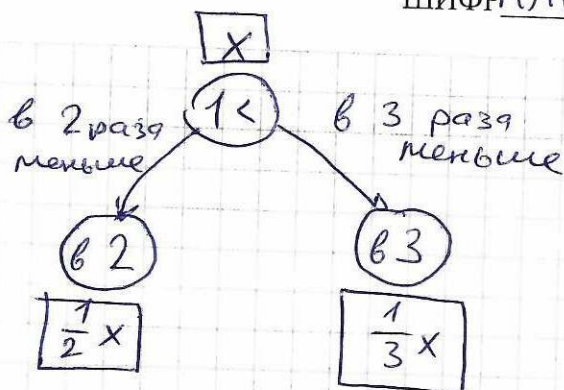
$x = 108$ - "не менее чем в одной"

$\frac{1}{2}x = 54$ (по крайней мере в двух)

$\frac{1}{3}x = 36$ (в трех)

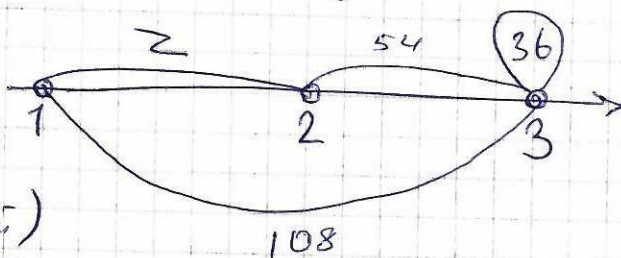
$$54 - 36 = 18 \text{ чел (в двух)}$$

$$z = 108 - 54 = 54 \text{ (в одной)}$$



$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 198 \\ \hline 1188 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1188 \div 11 \\ \hline 108 \end{array}$$



15

Ответ:
в одной - 54 человека
в двух - 18 человек
в трех - 36 человек

№1

Число равно нулю (0); для положительных 05
 $1 \leq n \leq 2024$ и $1 \leq k \leq 2024$ всегда верно неравенство

$$\boxed{a_n - a_k \geq n^3 - k^3} \quad a_{2024} \Rightarrow 2024 \text{ входит в диапазон,}$$

и не изменяется, следовательно $a_{2024} = 0$

№3

Такое слово может существовать, если без крайней буквы, слово выглядит следующим образом: $abcab$

(Где a, b, c – буквы) (Для буквы с другого края, ситуация зеркальная $[bcaab]$)

Однако, в условии сказано по поду буквы.

115

Если имеется в виду подная буква, которую ты выдерешь самостоятельно, то да, такое слово существует.

Если же имеется в виду слугайная буква выбранная наугад, то такой исход мало вероятен, но возможен в ситуации, если слугайная буква будет той, которая подходит